

## **Echappement à ancre suisse à repos équidistants**

### **Impulsion d'entrée - Défaut d'isochronisme**

#### **Calibre 11 1/2" - seconde au centre - automatique - balancier à vis**

➡ Référence : E:\Résonateur (TA)\Echappement\EASRE - D\_entrée - transmission.mcd(R)

➡ Référence : E:\Résonateur (TA)\Echappement\EASRE - I\_entrée - transmission roue - ancre.mcd(R)

➡ Référence : E:\Résonateur (TA)\Echappement\EASRE - I\_entrée - transmission ancre - balancier.mcd(R)

$$T_0 = 0.4 \text{ s} \quad f = 2.5 \text{ s}^{-1} \quad \omega_0 := 2 \cdot \pi \cdot f \quad J_b = 20 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2 \quad \theta_0 = 270 \text{ deg} \quad \psi := 0 \quad ms := 10^{-3} \cdot \text{s}$$

#### **Couple à la roue d'échappement**

$$C_B = 10.019 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad \rho_0 = 4.38 \times 10^3 \quad C_r := \frac{C_B}{\rho_0} \quad C_r = 2.287 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{mm} \quad \varepsilon_c := 0.65$$

#### **Positions du balancier lors des fonctions d'impulsion**

Au début de l'impulsion quasi-statique  $x := -10 \cdot \text{deg} \quad \theta_{fde} := \theta_\psi(\varepsilon, x) \quad \theta_{fde} = -13.479 \text{ deg}$

En fin d'impulsion sur le plan d'impulsion de la palette  $x := 10 \cdot \text{deg} \quad \theta_{fip} := \theta_\psi(\varepsilon + \Delta\psi_{ep}, x) \quad \theta_{fip} = 9.543 \text{ deg}$

En fin d'impulsion  $x := \theta_{fip} \quad \theta_{fie} := \theta_\psi(\varepsilon + \Delta\psi_{ie}, x) \quad \theta_{fie} = 21.788 \text{ deg}$

#### **Défaut d'isochronisme provoqué par l'impulsion d'entrée**

##### **Perturbation de marche due aux percussions sur le plan d'impulsion de la palette d'entrée**

$$\begin{aligned} n_c &:= 5 & j &:= 0..n_c - 1 & t_{ci} &:= (0.29834 \quad 0.2992 \quad 0.29976 \quad 0.30014 \quad 0.30041) \cdot \text{s} & t_{ci} &:= t_{ci}^T \\ \tau_{ci_j} &:= (t_{ci_j} - t_{ci_0}) & \tau_{ci}^T &:= (0 \quad 0.86 \quad 1.42 \quad 1.8 \quad 2.07) \text{ ms} \\ \theta_{ci} &:= (-7.922 \quad -4.293 \quad -1.917 \quad -0.326 \quad 0.847) \cdot \text{deg} & \theta_{ci} &:= \theta_{ci}^T \\ \omega b_{ci} &:= (73.448 \quad 73.735 \quad 73.911 \quad 74.02 \quad 74.092) \cdot \text{s}^{-1} & \omega b_{ci} &:= \omega b_{ci}^T \\ \omega b'_{ci} &:= (73.718 \quad 73.907 \quad 74.021 \quad 74.094 \quad 74.149) \cdot \text{s}^{-1} & \omega b'_{ci} &:= \omega b'_{ci}^T \end{aligned}$$

$$\Delta E_{ci_j} := \frac{1}{2} \cdot J_b \cdot \left[ (\omega b'_{ci_j})^2 - (\omega b_{ci_j})^2 \right] \quad \Delta E_{ci}^T = (39.735 \quad 25.394 \quad 16.273 \quad 10.96 \quad 8.45) \cdot 10^{-9} \cdot \text{joule}$$

$$\Delta T_{ci}(n_c) := \sum_{j=0}^{n_c-1} \left[ \frac{\theta_{ci_j}}{2 \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0^2 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - (\theta_{ci_j})^2}} \cdot \left[ (\omega b'_{ci_j})^2 - (\omega b_{ci_j})^2 \right] \right] \quad \mu_{ci}(n_c) := -86400 \cdot \frac{\Delta T_{ci}(n_c)}{T_0}$$

$$\Delta T_{ci}(n_c) = -9.716 \times 10^{-6} \text{ s} \quad \mu_{ci}(3) = 2.115 \quad \mu_{ci}(n_c) = 2.099$$

##### **Perturbation de marche due au glissement à la fin de l'impulsion d'entrée**

###### **Rapports de transmission**

$$\psi_\theta(\theta) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta)}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta)}\right) - \beta_0$$

$$\Lambda_{iep}(\theta) := \kappa'_{ie}(\psi_\theta(\theta)) \cdot \kappa'_{iep}(\psi_\theta(\theta)) \cdot (\theta_{fde} \leq \theta < \theta_{fip})$$

$$\Lambda_{ied}(\theta) := \kappa'_{ie}(\psi_\theta(\theta)) \cdot \kappa'_{ied}(\psi_\theta(\theta)) \cdot (\theta_{fip} \leq \theta \leq \theta_{fie})$$

$$\Lambda_{ie}(\theta) := \Lambda_{iep}(\theta) + \Lambda_{ied}(\theta)$$

**Début et fin du glissement**

$$\begin{aligned}\theta_{gie} &:= \max(\theta_{ci}) & \theta_{gie} &= 0.847 \text{ deg} & \theta_{fie} &= 21.788 \text{ deg} \\ t_{gie} &:= \max(t_{ci}) & t_{gie} &= 0.30041 \text{ s} & t_{fie} &:= 0.30531 \cdot s \\ \varphi_{gie} &:= \omega_0 \cdot t_{gie} & \varphi_{gie} &= 270.369 \text{ deg} & \varphi_{fie} &:= \omega_0 \cdot t_{fie} & \varphi_{fie} &= 274.779 \text{ deg}\end{aligned}$$

$$\Delta T_{gi} := \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0} \cdot \int_{\varphi_{gie}}^{\varphi_{fie}} \Lambda_{ie}(\theta_0 \cdot \cos(\varphi)) \cdot \cos(\varphi) d\varphi \quad \mu_{gi} := -86400 \cdot \frac{\Delta T_{gi}}{T_0} \quad \mu_{gi} = -8.584$$

**Perturbation de marche totale**

$$\mu_{t\_ie} := \mu_{ci}(n_c) + \mu_{gi} \quad \mu_{t\_ie} = -6.486$$

### Calculs approximatifs du défaut d'isochronisme

**Rapports moyens de transmission**

$$\begin{aligned}\psi_{fip} &:= \varepsilon + \Delta\psi_{ep} & \psi_{fie} &:= \varepsilon + \Delta\psi_{ie} \\ K_{rap} &:= 0.5 \cdot (K_{iep}(\varepsilon) + K_{iep}(\psi_{fip})) & K_{rap} &= 1.082 & K'_{rap} &:= 0.5 \cdot (K'_{iep}(\varepsilon) + K'_{iep}(\psi_{fip})) & K'_{rap} &= 0.769 \\ K_{rad} &:= 0.5 \cdot (K_{ied}(\psi_{fip}) + K_{ied}(\psi_{fie})) & K_{rad} &= 1.305 & K'_{rad} &:= 0.5 \cdot (K'_{ied}(\psi_{fip}) + K'_{ied}(\psi_{fie})) & K'_{rad} &= 0.86 \\ \kappa_{abp} &:= \frac{1}{\Delta\psi_{ep}} \cdot \int_{\varepsilon}^{\psi_{fip}} \kappa_{ie}(x) dx & \kappa_{abp} &= 0.261 & \kappa'_{abp} &:= \frac{1}{\Delta\psi_{ep}} \cdot \int_{\varepsilon}^{\psi_{fip}} \kappa'_{ie}(x) dx & \kappa'_{abp} &= 0.246 \\ \kappa_{abd} &:= \frac{1}{\Delta\psi_{ed}} \cdot \int_{\psi_{fip}}^{\psi_{fie}} \kappa_{ie}(x) dx & \kappa_{abd} &= 0.245 & \kappa'_{abd} &:= \frac{1}{\Delta\psi_{ed}} \cdot \int_{\psi_{fip}}^{\psi_{fie}} \kappa'_{ie}(x) dx & \kappa'_{abd} &= 0.243\end{aligned}$$

### Calcul approximatif de la perturbation de marche due aux chocs

**Nombre de chocs considéré**

$$nc := 50$$

**Début et fin de l'impulsion palette**

$$\theta_1 := \theta_{fde} \quad \theta_1 = -13.479 \text{ deg} \quad \theta_2 := \theta_{fip} \quad \theta_2 = 9.543 \text{ deg}$$

### Vitesses moyennes approximatives du balancier et de l'ancre pendant l'impulsion palette

$$\begin{aligned}\theta_m &:= \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} & \varphi(\theta_0) &:= \pi + \arccos\left(\frac{-\theta_m}{\theta_0}\right) & \omega_b(\theta_0) &:= -\omega_0 \cdot \theta_0 \cdot \sin(\varphi(\theta_0)) & \omega_b(\theta_0) &= 74.02 \text{ s}^{-1} \\ \omega_a(\theta_0) &:= \kappa_{abp} \cdot \omega_b(\theta_0) & \omega_a(\theta_0) &= 19.295 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

**Vitesse de la roue à la fin du dégagement**

$$\omega_{rde}(\theta_0) := K_{de}(\varepsilon) \cdot \omega_a(\theta_0) \quad \omega_{rde}(\theta_0) = -2.985 \text{ s}^{-1}$$

### Durée entre la fin du dégagement et le premier choc sur le plan d'impulsion de la palette

$$\begin{aligned}J_R &:= J_{rouage} & C_r &= 2.287 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{mm} & acc_r &:= C_r \cdot J_R^{-1} & acc_r &= 3.801 \times 10^4 \text{ s}^{-2} \\ \Delta t_0(\theta_0) &:= 2 \cdot C_r^{-1} \cdot J_R \cdot (K_{rap} \cdot \omega_a(\theta_0) - \omega_{rde}(\theta_0)) & \Delta t_0(\theta_0) &= 1.256 \text{ ms} & \tau_{ci0} &:= \Delta t_0(\theta_0)\end{aligned}$$

### Vitesses de la roue juste avant le premier choc

$$\omega_{cdp}(\theta_0) := 2 \cdot K_{rap} \cdot \omega_a(\theta_0) - \omega_{rde}(\theta_0) \quad \omega_{cdp}(\theta_0) = 44.736 \text{ s}^{-1} \quad \omega_{r_0} := \omega_{cdp}(\theta_0)$$

### Vitesses de la roue juste avant et juste après les chocs successifs

$$\begin{aligned}\Omega r(\theta_0, n) &:= \begin{cases} \varepsilon_c \cdot (\Omega r(\theta_0, n-1) - K_{rap} \cdot \omega_a(\theta_0) \cdot s) + K_{rap} \cdot \omega_a(\theta_0) \cdot s & \text{if } n > 0 \\ \omega_{cdp}(\theta_0) \cdot s & \text{otherwise} \end{cases} & \omega r(\theta_0, j) &:= \Omega r(\theta_0, j) \cdot s^{-1} \\ \omega r'_j &:= \omega r(\theta_0, j) \\ \omega r'(\theta_0, j) &:= \omega r(\theta_0, j) - (1 + \varepsilon_c) \cdot (\omega r(\theta_0, j) - K_{rap} \cdot \omega_a(\theta_0)) & \omega r'_j &:= \omega r'(\theta_0, j)\end{aligned}$$

$$\omega_r^T = (44.736 \quad 36.385 \quad 30.957 \quad 27.428 \quad 25.135) \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_r'^T = (5.366 \quad 10.795 \quad 14.323 \quad 16.616 \quad 18.107) \text{ s}^{-1}$$

Intervalles de temps entre les chocs

$$\Delta\tau_{ci_j} := -2 \cdot C_r^{-1} \cdot J_R \cdot (K_{rap} \cdot \omega_a(\theta_0) - \omega_{r_j}) \quad \Delta\tau_{ci}^T = (1.256 \quad 0.816 \quad 0.53 \quad 0.345 \quad 0.224) \text{ ms}$$

Instants des chocs à partir de la fin du dégagement

$$\Delta t_{ci}(\theta_0, j) := \frac{-2 \cdot J_R}{C_r} \cdot (K_{rap} \cdot \omega_a(\theta_0) - \omega_{r_{cdp}}(\theta_0)) \cdot \frac{\varepsilon_c \cdot (1 - \varepsilon_c^j)}{1 - \varepsilon_c} + \Delta t_0(\theta_0) \quad \Delta t_{ci}(\theta_0, nc) = 3.587 \text{ ms}$$

$$\tau_{ci_j} := \Delta t_{ci}(\theta_0, j) \quad \tau_{ci}^T = (1.256 \quad 2.072 \quad 2.602 \quad 2.947 \quad 3.171) \text{ ms}$$

Positions de la roue, de l'ancre et du balancier au moment des chocs

$$\alpha_{ci}(\theta_0, j) := -\alpha_0 + K_{rap} \cdot \omega_a(\theta_0) \cdot \Delta t_{ci}(\theta_0, j) \quad \alpha_{fde} := -\alpha_0$$

$$\alpha_{ci_j} := \alpha_{ci}(\theta_0, j) \quad \alpha_{ci}^T = (-28.498 \quad -27.522 \quad -26.888 \quad -26.475 \quad -26.207) \text{ deg}$$

$$\Delta\alpha_{ci}(\theta_0, j) := \alpha_{ci}(\theta_0, j) + \alpha_0 \quad \Delta\alpha_{ci}(\theta_0, 0) = 1.502 \text{ deg} \quad \Delta\alpha_{ci}(\theta_0, nc) = 4.291 \text{ deg}$$

$$\psi_{ci}(\theta_0, j) := \varepsilon + \omega_a(\theta_0) \cdot \Delta t_{ci}(\theta_0, j) \quad \psi_{fde} := \varepsilon \quad \psi_{ci}(\theta_0, 0) - \varepsilon = 1.388 \text{ deg}$$

$$\psi_{ci_j} := \psi_{ci}(\theta_0, j) \quad \psi_{ci}^T = (3.888 \quad 4.79 \quad 5.377 \quad 5.758 \quad 6.006) \text{ deg}$$

$$\theta_{ci}(\theta_0, j) := \theta_{ie}(\psi_{ci}(\theta_0, j)) \quad \theta_{fde} = -13.479 \text{ deg} \quad \theta_{ci}(\theta_0, 0) - \theta_{fde} = 5.438 \text{ deg}$$

$$\theta_{ci_j} := \theta_{ci}(\theta_0, j) \quad \theta_{ci}^T = (-8.041 \quad -4.586 \quad -2.359 \quad -0.916 \quad 0.022) \text{ deg}$$

Fin théorique des percussions

$$\Delta t_{asympt}(\theta_0) := \frac{-2 \cdot J_R}{C_r} \cdot (K_{rap} \cdot \omega_a(\theta_0) - \omega_{r_{cdp}}(\theta_0)) \cdot \frac{\varepsilon_c}{1 - \varepsilon_c} + \Delta t_0(\theta_0) \quad \Delta t_{asympt}(\theta_0) = 3.587 \text{ ms}$$

$$\Delta\alpha_{asympt}(\theta_0) := K_{rap} \cdot \omega_a(\theta_0) \cdot \Delta t_{asympt}(\theta_0) \quad \Delta\alpha_{asympt}(\theta_0) = 4.291 \text{ deg} \quad \Delta\alpha_p = 6.5 \text{ deg}$$

$$\Delta\psi_{asympt}(\theta_0) := \omega_a(\theta_0) \cdot \Delta t_{asympt}(\theta_0) \quad \Delta\psi_{asympt}(\theta_0) = 3.966 \text{ deg} \quad \Delta\psi_{ep} = 6 \text{ deg}$$

Energie transmise au balancier à chaque percussion

$$\Delta E_{ci}(\theta_0, j) := -0.5 \cdot J_R \cdot (\omega_r'(\theta_0, j)^2 - \omega_r(\theta_0, j)^2) \quad \Delta E_{ci_j} := \Delta E_{ci}(\theta_0, j)$$

$$\Delta E_c^T = (59.357 \quad 36.331 \quad 22.664 \quad 14.33 \quad 9.145) 10^{-9} \cdot \text{joule}$$

Perturbation de marche

$$\Delta T_{ci}(\theta_0, n_c) := \frac{1}{J_b \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0^3} \cdot \sum_{j=0}^{n_c-1} [\theta_{ci}(\theta_0, j) \cdot \Delta E_{ci}(\theta_0, j) \cdot (\Delta\alpha_{ci}(\theta_0, nc) \leq \Delta\alpha_p)]$$

$$\Delta T_{ci}(\theta_0, n_c) = -1.528 \times 10^{-5} \text{ s} \quad \mu_{acp}(\theta_0, n_c) := -86400 \cdot \frac{\Delta T_{ci}(\theta_0, n_c)}{T_0}$$

$$\mu_{aci}(\theta_0) := \mu_{acp}(\theta_0, nc) \quad \mu_{acp}(\theta_0, n_c) = 3.301 \quad \mu_{aci}(\theta_0) = 3.218$$

### Calcul approximatif de la perturbation de marche due au glissement entre la fin des chocs et la fin de l'impulsion

**Début du glissement**      $\Delta\alpha_{ci}(\theta_0, nc) = 4.291 \text{ deg}$       $\psi_{ci}(\theta_0, nc) = 6.466 \text{ deg}$       $\theta_{ci}(\theta_0, nc) = 1.763 \text{ deg}$

**Fin de l'impulsion palette**      $\Delta\alpha_p = 6.5 \text{ deg}$       $\psi_2 := \varepsilon + \Delta\psi_{ep}$       $\theta_2 := \theta_{fi p}$       $\theta_2 = 9.543 \text{ deg}$

**Fin de l'impulsion**      $\Delta\alpha_p + \Delta\alpha_d = 10.5 \text{ deg}$       $\psi_3 := \varepsilon + \Delta\psi_{ie}$       $\theta_3 := \theta_{fi e}$       $\theta_3 = 21.788 \text{ deg}$

$$\begin{aligned} \varphi_3(\theta_0) &:= \pi + \arccos(-\theta_3 \cdot \theta_0^{-1}) & \varphi_3(\theta_0) &= 274.629 \text{ deg} \\ \varphi_2(\theta_0) &:= \pi + \arccos(-\theta_2 \cdot \theta_0^{-1}) & \varphi_2(\theta_0) &= 272.026 \text{ deg} \\ \varphi_1(\theta_0) &:= \begin{cases} \pi + \arccos(-\theta_{ci}(\theta_0, nc) \cdot \theta_0^{-1}) & \text{if } \Delta\alpha_{ci}(\theta_0, nc) \leq \Delta\alpha_p \\ \varphi_2(\theta_0) & \text{otherwise} \end{cases} & (\Delta\alpha_{ci}(\theta_0, nc) \leq \Delta\alpha_p) &= 1 \\ & & \varphi_1(\theta_0) &= 270.374 \text{ deg} \end{aligned}$$

**Linéarisation des rapports de transmission**      $\theta_1 = -13.479 \text{ deg}$       $\psi_1 := \varepsilon$       $\psi_1 = 2.5 \text{ deg}$

**Fin de l'impulsion palette**      $\psi'_{ip} := \frac{\psi_2 - \psi_1}{\theta_2 - \theta_1}$       $\psi'_{ip} = 0.261$

$$K'_{ip} := K'_{iep}(\psi_1) \quad X'_{ip} := \frac{K'_{iep}(\psi_2) - K'_{iep}(\psi_1)}{\psi_2 - \psi_1} \quad \kappa'_{ip} := \kappa'_{ie}(\psi_1) \quad \chi'_{ip} := \frac{\kappa'_{ie}(\psi_2) - \kappa'_{ie}(\psi_1)}{\psi_2 - \psi_1}$$

$$K'_{aip}(\theta) := K'_{ip} + X'_{ip} \cdot [\psi'_{ip} \cdot (\theta - \theta_1)] \quad \kappa'_{aip}(\theta) := \kappa'_{ip} + \chi'_{ip} \cdot [\psi'_{ip} \cdot (\theta - \theta_1)]$$

$$\Lambda_{aip}(\theta) := K'_{aip}(\theta) \cdot \kappa'_{aip}(\theta)$$

$$\Delta T_{aip}(\theta_0) := \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0} \cdot \int_{\varphi_1(\theta_0)}^{\varphi_2(\theta_0)} \Lambda_{aip}(\theta_0 \cdot \cos(\varphi)) \cdot \cos(\varphi) d\varphi \quad \mu_{aip}(\theta_0) := -86400 \cdot \frac{\Delta T_{aip}(\theta_0)}{T_0}$$

$$\mu_{aip}(\theta_0) = -1.392$$

**Plan d'impulsion de la dent**      $\psi'_{id} := \frac{\psi_3 - \psi_2}{\theta_3 - \theta_2}$       $\psi'_{id} = 0.245$

$$K'_{id} := K'_{ied}(\psi_2) \quad X'_{id} := \frac{K'_{ied}(\psi_3) - K'_{ied}(\psi_2)}{\psi_3 - \psi_2} \quad \kappa'_{id} := \kappa'_{ie}(\psi_2) \quad \chi'_{id} := \frac{\kappa'_{ie}(\psi_3) - \kappa'_{ie}(\psi_2)}{\psi_3 - \psi_2}$$

$$K'_{aid}(\theta) := K'_{id} + X'_{id} \cdot [\psi'_{id} \cdot (\theta - \theta_2)] \quad \kappa'_{aid}(\theta) := \kappa'_{id} + \chi'_{id} \cdot [\psi'_{id} \cdot (\theta - \theta_2)]$$

$$\Lambda_{aid}(\theta) := K'_{aid}(\theta) \cdot \kappa'_{aid}(\theta)$$

$$\Delta T_{aid}(\theta_0) := \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0} \cdot \int_{\varphi_2(\theta_0)}^{\varphi_3(\theta_0)} \Lambda_{aid}(\theta_0 \cdot \cos(\varphi)) \cdot \cos(\varphi) d\varphi \quad \mu_{aid}(\theta_0) := -86400 \cdot \frac{\Delta T_{aid}(\theta_0)}{T_0}$$

$$\mu_{aid}(\theta_0) = -7.197$$

### Défaut d'isochronisme à l'impulsion (percussions puis glissement)

Transmission par le plan d'impulsion de la palette

$$\mu_{aci}(\theta_0) + \mu_{aip}(\theta_0) = 1.826$$

**Impulsion complète**

$$\mu_{aie}(\theta_0) := \mu_{aci}(\theta_0) + \mu_{aip}(\theta_0) + \mu_{aid}(\theta_0)$$

$$\mu_{aie}(\theta_0) = -5.371$$

## Défaut d'isochronisme à l'impulsion en supposant une transmission sans percussions

### Glissement sur le plan d'impulsion de la palette

$$\begin{aligned}\lambda_{ip2} &:= X'_{ip} \cdot \psi'^2_{ip} \cdot \chi'_{ip} & \lambda_{ip1} &:= \left[ (\kappa'_{ip} - \chi'_{ip} \cdot \psi'_{ip} \cdot \theta_1) \cdot X'_{ip} + \chi'_{ip} \cdot (\kappa'_{ip} - X'_{ip} \cdot \psi'_{ip} \cdot \theta_1) \right] \cdot \psi'_{ip} \\ \lambda_{ip0} &:= (\kappa'_{ip} - \chi'_{ip} \cdot \psi'_{ip} \cdot \theta_1) \cdot (\kappa'_{ip} - X'_{ip} \cdot \psi'_{ip} \cdot \theta_1) & \lambda_{ip0} &= 0.181 & \lambda_{ip1} &= -0.088 & \lambda_{ip2} &= -0.035 \\ \varphi_{ip1}(\theta_0) &:= \pi + \arccos\left(\frac{-\theta_1}{\theta_0}\right) & \varphi_{ip2}(\theta_0) &:= \pi + \arccos\left(\frac{-\theta_2}{\theta_0}\right) \\ I_{ip0}(\theta_0) &:= \frac{-\lambda_{ip0}}{\theta_0} \cdot \left( \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} - \sqrt{\theta_0^2 - \theta_1^2} \right) \\ I_{ip1}(\theta_0) &:= \frac{-\lambda_{ip1}}{2 \cdot \theta_0} \cdot \left[ \theta_2 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} - \theta_0^2 \cdot (\varphi_{ip2}(\theta_0) - \varphi_{ip1}(\theta_0)) - \theta_1 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_1^2} \right] \\ I_{ip2}(\theta_0) &:= \left( \frac{-\lambda_{ip2}}{3 \cdot \theta_0} \right) \cdot \left[ \theta_2^2 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} + 2 \cdot \theta_0^2 \cdot \left[ \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} - \left( \sqrt{\theta_0^2 - \theta_1^2} \right) \right] - \theta_1^2 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_1^2} \right] \\ \Delta T_{gip}(\theta_0) &:= \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0} \cdot (I_{ip0}(\theta_0) + I_{ip1}(\theta_0) + I_{ip2}(\theta_0)) & \mu_{gip}(\theta_0) &:= -86400 \cdot \frac{\Delta T_{gip}(\theta_0)}{T_0} & \mu_{gip}(\theta_0) &= 1.827\end{aligned}$$

### Glissement sur le plan d'impulsion de la dent

$$\begin{aligned}\lambda_{id2} &:= X'_{id} \cdot \psi'^2_{id} \cdot \chi'_{id} & \lambda_{id1} &:= \left[ (\kappa'_{id} - \chi'_{id} \cdot \psi'_{id} \cdot \theta_2) \cdot X'_{id} + \chi'_{id} \cdot (\kappa'_{id} - X'_{id} \cdot \psi'_{id} \cdot \theta_2) \right] \cdot \psi'_{id} \\ \lambda_{id0} &:= (\kappa'_{id} - \chi'_{id} \cdot \psi'_{id} \cdot \theta_2) \cdot (\kappa'_{id} - X'_{id} \cdot \psi'_{id} \cdot \theta_2) & \lambda_{id0} &= 0.286 & \lambda_{id1} &= -0.318 & \lambda_{id2} &= 0.086 \\ \varphi_{id2}(\theta_0) &:= \pi + \arccos\left(\frac{-\theta_2}{\theta_0}\right) & \varphi_{id3}(\theta_0) &:= \pi + \arccos\left(\frac{-\theta_3}{\theta_0}\right) \\ I_{id0}(\theta_0) &:= \frac{-\lambda_{id0}}{\theta_0} \cdot \left( \sqrt{\theta_0^2 - \theta_3^2} - \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} \right) \\ I_{id1}(\theta_0) &:= \frac{-\lambda_{id1}}{2 \cdot \theta_0} \cdot \left[ \theta_3 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_3^2} - \theta_0^2 \cdot (\varphi_{id3}(\theta_0) - \varphi_{id2}(\theta_0)) - \theta_2 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} \right] \\ I_{id2}(\theta_0) &:= \left( \frac{-\lambda_{id2}}{3 \cdot \theta_0} \right) \cdot \left[ \theta_3^2 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_3^2} + 2 \cdot \theta_0^2 \cdot \left[ \sqrt{\theta_0^2 - \theta_3^2} - \left( \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} \right) \right] - \theta_2^2 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} \right] \\ \Delta T_{gid}(\theta_0) &:= \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0} \cdot (I_{id0}(\theta_0) + I_{id1}(\theta_0) + I_{id2}(\theta_0)) & \mu_{gid}(\theta_0) &:= -86400 \cdot \frac{\Delta T_{gid}(\theta_0)}{T_0} & \mu_{gid}(\theta_0) &= -7.197\end{aligned}$$

### Défaut d'isochronisme par glissement sur les plans d'impulsion de palette et de dent

$$\mu_{gie}(\theta_0) := \mu_{gip}(\theta_0) + \mu_{gid}(\theta_0) \quad \mu_{gie}(\theta_0) = -5.37$$

### Défaut d'isochronisme par la théorie élémentaire (sans frottements)

Angle d'impulsion du balancier:  $\theta_{fde} = -13.479 \text{ deg}$        $\theta_{fie} = 21.788 \text{ deg}$        $\theta_{fie} - \theta_{fde} = 35.267 \text{ deg}$

Angle d'impulsion de la roue       $\Delta\alpha_p + \Delta\alpha_d = 10.5 \text{ deg}$        $\Lambda_{i\_el} := \frac{\Delta\alpha_p + \Delta\alpha_d}{\theta_{fie} - \theta_{fde}}$        $\Lambda_{i\_el} = 0.298$

$$\Delta T_{i\_el}(\theta_0, C_r) := \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0^2} \cdot \Lambda_{i\_el} \cdot \left( \sqrt{\theta_0^2 - \theta_{fde}^2} - \sqrt{\theta_0^2 - \theta_{fie}^2} \right) \quad \Delta T_{i\_el}(\theta_0, C_r) = 3.756 \times 10^{-5} \text{ s}$$

$$\mu_{i\_el}(\theta_0) := -86400 \cdot \frac{\Delta T_{i\_el}(\theta_0, C_r)}{T_0}$$

$$\mu_{i\_el}(270 \cdot \text{deg}) = -8.112$$

### Comparaisons

Pour

$\theta_0 = 270 \text{ deg}$

$\mu_{ci}(n_c) = 2.099$

$\mu_{t\_ie} = -6.486$

$$\mu_{aci}(270 \cdot \text{deg}) = 3.218$$

$$\mu_{aci}(180 \cdot \text{deg}) = 10.356$$

$$\mu_{aci}(90 \cdot \text{deg}) = 27.475$$

$$\mu_{aie}(270 \cdot \text{deg}) = -5.371$$

$$\mu_{aie}(180 \cdot \text{deg}) = -16.306$$

$$\mu_{aie}(90 \cdot \text{deg}) = -142.326$$

$$\mu_{gie}(270 \cdot \text{deg}) = -5.37$$

$$\mu_{gie}(180 \cdot \text{deg}) = -18.174$$

$$\mu_{gie}(90 \cdot \text{deg}) = -147.65$$

$$\mu_{i\_el}(270 \cdot \text{deg}) = -8.112$$

$$\mu_{i\_el}(180 \cdot \text{deg}) = -27.457$$

$$\mu_{i\_el}(90 \cdot \text{deg}) = -223.116$$

### Nombre de chocs dent - palette pendant l'impulsion

$j := 0 \dots nc$

$l := 0 \dots 10$

$\theta_{0,l} := 250 \cdot \text{deg} + l \cdot 10 \cdot \text{deg}$

$V_{j,l} := \theta_{ci}(\theta_{0,l}, j)$

$$N_c(v, \theta_{fde}) := \begin{cases} j \leftarrow 0 \\ \text{while } v_j \leq \theta_{fip} \\ \quad \begin{cases} \text{break if } j > nc - 1 \\ j \leftarrow j + 1 \end{cases} \end{cases} \quad N_l := N_c(V_{j,l}^{<\wedge>}, \theta_{fde})$$

$$\theta_0^T = (250 \ 260 \ 270 \ 280 \ 290 \ 300 \ 310 \ 320 \ 330 \ 340 \ 350) \text{ deg}$$

$$N^T = (50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 7 \ 5)$$

### Graphes

$n := 10$

$$\Delta\theta := \frac{280 \cdot \text{deg} - 180 \cdot \text{deg}}{n}$$

$i := 0 \dots n$

$$\theta_{0,i} := 180 \cdot \text{deg} + i \cdot \Delta\theta$$

